Электростатика

1. Закон Кулона

Сила электростатического взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2

$$F_{эл} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2}$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot10^9 \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$

$\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная

r — расстояние между зарядами q_1 и q_2

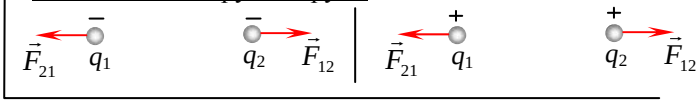
Точечными считаются заряженные тела, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

ε — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды q_1 и q_2 (полагается, что среда — безграничный, однородный диэлектрик)

$\varepsilon_{возд} \approx \varepsilon_{вакуума} = 1$

Заряды противоположных знаков ("разноименные") притягиваются друг к другу:

Заряды одинаковых знаков ("одноименные") отталкиваются друг от друга:



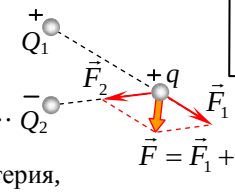
2. Принцип суперпозиции

Если на заряд q действуют несколько зарядов Q_1, Q_2, … , то:

$$\vec{F}_{\text{на } q} = \vec{F}_{\text{на } q}(Q_1) + \vec{F}_{\text{на } q}(Q_2) + \ldots$$

Сила, действующая на заряд q со стороны системы зарядов Q_1, Q_2, …

Сила, которая действовала бы на заряд q со стороны заряда Q_1, в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, …



3. Электрическое поле

— особая материя, возникающая вокруг любых электрических зарядов и действующая электрической силой на любые электрические заряды, попавшие в это поле.

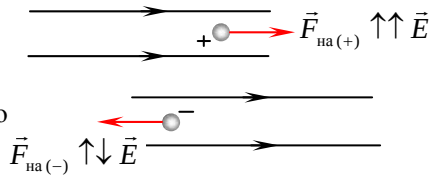
Характеристики электрического поля

$\vec{E}$ — напряженность электрического поля — силовая характеристика поля. Напряженность численно равна силе, которая действовала бы на единицу пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$\vec{F}_{\text{на } q}^{\text{эл}} = q\vec{E}$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в той точке, где находится заряд q, всеми остальными зарядами (кроме q).

Электрическая сила, действующая на точечный заряд q со стороны электрического поля.



φ — потенциал электрического поля — энергетическая характеристика поля. Потенциал численно равен потенциальной энергии, которую имела бы единица пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

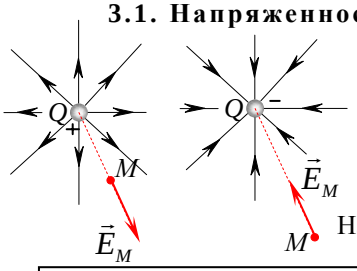
$W = q\cdot\varphi \Rightarrow$

$$A_{1-2}^{\text{эл. над } q} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Потенциальная энергия заряда q, который находится в точке, где все остальные заряды (кроме q) создают потенциал φ.

Работа электрических сил над зарядом q при его перемещении из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2. (потенциалы φ_1 и φ_2 создаются всеми зарядами, кроме q)

3.1. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного одним точечным зарядом Q



$\vec{E}$ направлен от "+" зарядов к "–" зарядам

$$E_M = k\frac{|Q|}{\varepsilon r_M^2}$$

Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M, расположенной на расстоянии r_M от Q.

$\varphi = 0$ на ∞

$$\varphi_M = k\frac{Q}{\varepsilon r_M}$$

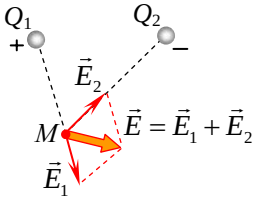
Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M, расположенной на расстоянии r_M от Q.

3.2. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, …

$$\vec{E}_M = \vec{E}_M(Q_1) + \vec{E}_M(Q_2) + \ldots$$

Напряженность электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, … в точке M

Напряженность электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1, в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, …

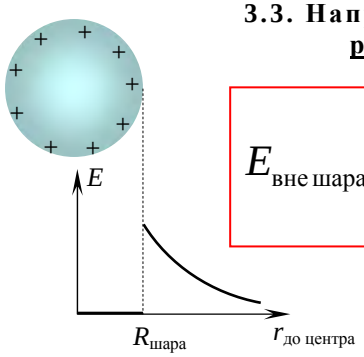


$$\varphi_M = \varphi_M(Q_1) + \varphi_M(Q_2) + \ldots$$

Потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, … в точке M

Потенциал электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1, в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, …

3.3. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного равномерно заряженным по поверхности шаром



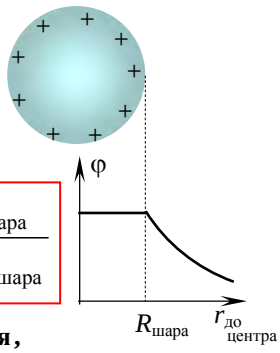
$$E_{\text{вне шара}} = k\frac{|Q_{\text{шара}}|}{\varepsilon r^2_{\text{до центра шара}}}$$

$$E_{\text{внутри шара}} = 0$$

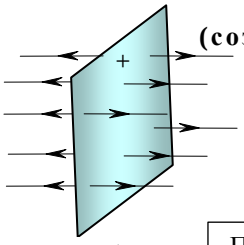
$$\varphi_{\text{вне шара}} = k\frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon r_{\text{до центра шара}}}$$

$\varphi = 0$ на ∞

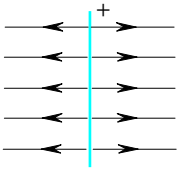
$$\varphi_{\substack{\text{внутри}\\\text{шара}}} = \varphi_{\substack{\text{поверхн}\\\text{шара}}} = \varphi_{\text{шара}} = k\frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon R_{\text{шара}}}$$



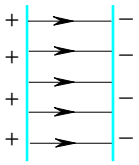
3.4. Напряженность и потенциал однородного электрического поля, (созданного равномерно заряженной плоскостью или плоским конденсатором)



Вид сбоку:



Плоский конденсатор (вид сбоку в разрезе)



$$E_{\text{плоск}} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Поверхностная плотность заряда

Заряд поверхности площадью S

$$E_{\text{конд}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Для любого однородного электрического поля:

$$\underbrace{\varphi_1 - \varphi_2}_{U_{12}} = \vec{E}\cdot\Delta\vec{r}_{1-2} = E\cdot\underbrace{|\Delta\vec{r}_{1-2}|}\cdot\cos\alpha = E_x\cdot\Delta x$$

U_{12} — Напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2 в однородном электрическом поле.

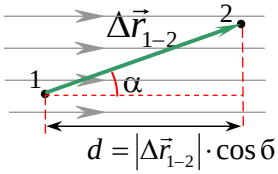
$\vec{E}$ — Вектор, проведенный из точки 1 в точку 2.

При $\vec{E} \parallel OX$ или $\Delta\vec{r}_{1-2} \parallel OX$

$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x(x_2 - x_1)$

$$U = E\cdot d$$

d — проекция вектора $\Delta\vec{r}_{1-2}$ на силовую линию.



4. Потенциальная энергия системы электрических зарядов

$$W_{\text{сист}} = W_{\text{внеш}} + W_{\text{взаим}}$$

Энергия взаимодействия зарядов системы с внешним электрическим полем

$$W_{\text{внеш}} = q_1\varphi_1^{\text{внеш}} + q_2\varphi_2^{\text{внеш}} + \ldots$$

$\varphi_1^{\text{внеш}}$ — потенциал внешнего электрического поля в той точке, где расположен заряд q_1.

Энергия взаимодействия зарядов системы друг с другом:

для системы из двух зарядов q_1 и q_2

$$W_{12}^{\text{вз}} = k\frac{q_1\cdot q_2}{\varepsilon r_{12}}$$

для системы из трех зарядов q_1, q_2 и q_3

$$W_{123}^{\text{вз}} = k\frac{q_1\cdot q_2}{\varepsilon r_{12}} + k\frac{q_1\cdot q_3}{\varepsilon r_{13}} + k\frac{q_2\cdot q_3}{\varepsilon r_{23}}$$

$$W_{\text{вз}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\varphi_i^{\text{собст}}$$

$\varphi_i^{\text{собст}}$ — потенциал, создаваемый всеми зарядами системы, кроме q_i, в точке, где находится заряд q_i.

5. Электроемкость

Электроемкость уединенного проводника

$$C_{\text{пров}} = \frac{q}{\varphi}$$

q — заряд проводника

φ — потенциал проводника относительно бесконечности

Заряд конденсатора (заряд его "+" - пластины)

$$C_{\text{конд}} = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

q_1 — Заряд пластины "1"

$\varphi_1 - \varphi_2$ — Разность потенциалов между пластинами "1" и "2"

Электроемкость конденсатора

Напряжение на конденсаторе (разность потенциалов между "+" и "–" пластинами)

$$U = E\cdot d$$

E — Напряженность электрического поля между пластинами конденсатора

d — расстояние между пластинами конденсатора

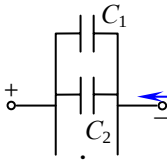
$$C_{\substack{\text{плоского}\\\text{конденсатора}}} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

ε — Диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами

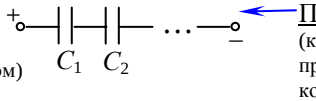
S — Площадь пластины конденсатора

$$W_{\text{конд}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}$$

Энергия электрического поля конденсатора



Параллельное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с "+"-выходом системы, а другой пластиной с "–"-выходом)



Последовательное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с предыдущим, а другой пластиной с последующим конденсатором без ответвлений)

$$C_{\text{общ}}^{\text{пар}} = C_1 + C_2 + \ldots$$

$$U_{\text{общ}}^{\text{пар}} = U_1 = U_2 = \ldots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{пар}} = q_1 + q_2 + \ldots$$

Напряжение между выходами системы

Заряд проводника, соединенного с "+"- выходом системы

$$U_{\text{общ}}^{\text{посл}} = U_1 + U_2 + \ldots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{посл}} = q_1 = q_2 = \ldots$$

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}^{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

Общая емкость системы конденсаторов — емкость такого одного конденсатора, при включении которого вместо всей системы не изменятся напряжение между выходами ($U_{\text{общ}}$) и общий заряд $q_{\text{общ}}$

6. Свойства проводника в электрическом поле

$$\vec{E}_{\substack{\text{внутри}\\\text{проводника}}} = 0 \Rightarrow$$

Проводник эквипотенциален

$\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_{\text{проводника}} \Rightarrow$

Силовые линии входят в проводник и выходят из него перпендикулярно поверхности

Если в проводнике нет тока

Если проводник заряжен, то заряд распределен в бесконечно тонком слое на поверхности проводника.

(σ максимальна выпуклостях, особенно на остриях, и минимальна на вогнутых участках поверхности)